

Wiskunde leren? Kijk de kunst af van schaakmeesters

Citation for published version (APA):

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. (2011). Wiskunde leren? Kijk de kunst af van schaakmeesters. *Didaktief*, 5, 30-32.

Document status and date:

Published: 01/05/2011

Document Version:

Peer reviewed version

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

<https://www.ou.nl/taverne-agreement>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

pure-support@ou.nl

providing details and we will investigate your claim.

Downloaded from <https://research.ou.nl/> on date: 15 May. 2025

Open Universiteit
www.ou.nl



Wiskunde leren?

Kijk de kunst af van schaak

Hoe onderwijs je wiskunde? Door leerlingen probleemoplossende strategieën bij te brengen of door hun veel uitgewerkte opgaven voor te schotelen? De eerste optie is veruit populair. Toch is de tweede beter. Kijk maar hoe schaakmeesters het fiksen.

door Paul A. Kirschner, John Sweller en Richard E. Clark

Veel onderwijskundigen gaan ervan uit dat er algemene strategieën zijn voor het oplossen van wiskundige problemen, die bovendien te onderwijzen en te leren zijn. Ze vinden deze strategieën zelfs essentieel voor het verwerven van wiskundige kennis. De meest bekende en invloedrijke vertegenwoordiger van deze opvatting is de Hongaars-Amerikaanse wiskundige György Pólya. Hij onderzocht diverse strategieën, zoals leerlingen stimuleren om een aanverwant probleem dan wel een eenvoudiger probleem te bedenken en de oplossing daarvoor toe te passen op het voorliggende vraagstuk.

Pólya's ideeën en zijn voorbeelden van algemene strategieën waren erg invloedrijk, ook in het onderwijs. Maar feitelijk bestaan er geen bewijzen voor de effectiviteit ervan. Het is misschien mogelijk om leerlingen algemene strategieën bij te brengen, maar daarmee zijn we er nog lang niet. Want hard bewijs dat deze onderwijsmethoden ook ertoe leiden dat leerlingen beter problemen kunnen oplossen, bestaat niet.

Recente 'vernieuwingsgerichte' onderwijsprogramma's negeren dit ontbreken van bewijsmateriaal. Het idee is dat als je leerlingen maar bijbrengt hoe ze problemen in het algemeen kunnen oplossen, ze 'vanzelf' goede wiskundigen worden. Ofwel: de leerstrategie wordt volledig losgekoppeld van de inhoud.

Naar onze mening gaat deze methode voorbij aan ieder empirisch bewijs over wiskunde leren. Hoewel sommige briljante wiskundigen zonder adequate instructie in staat zijn gebleken om wiskunde problemen te leren oplossen door zelf de oplossingen te ontdekken, is zo'n aanpak nooit de meest effectieve of efficiënte methode om leerlingen wiskunde te leren. Dus niet de manier voor de 'doorsnee' leerling.

GEHEUGEN VULLEN

Om te weten wat wél werkt, kunnen we veel leren van schakers en van het onderzoek van de Nederlandse psycholoog Adriaan de Groot. Hij onderzocht waarom schaakmeesters altijd van recreanten wonnen en vond slechts één verschil om dat te verklaren: kennis. De Groot

liet schaakmeesters en recreanten een stelling uit een werkelijk gespeelde schaakpartij zien. Na vijf seconden haalde hij de stelling weg en vroeg hij hun om de stelling te reproduceren. De schaakmeesters slaagden hierin met een nauwkeurigheid van ongeveer 70 procent, de recreanten haalden slechts 30 procent. Andere onderzoekers kwamen tot vergelijkbare resultaten. Interessante bevinding is echter dat de recreanten niet voor schaakmeesters onderdoen in nauwkeurigheid (beiden ongeveer 30 procent) als het om willekeurige stellingen in plaats van stellingen uit echt gespeelde partijen gaat. Hoe kan dat? Schaken is een probleemoplossend spel waarvan de regels in een half uur te leren zijn. Toch duurt het minstens tien jaar voordat iemand zich schaakmeester mag noemen. Wat gebeurt er in die tijd? Schaakmeesters bestuderen eerdere partijen en leren zo tienduizenden stellingen herkennen plus de daarbij behorende beste zetten. De superioriteit van de schaakmeester ontstaat niet door het zich eigen maken van slimme en verfijnde algemene strategieën voor het oplossen van (schaak)problemen, maar door het vullen van het langetermijngeheugen met ontelbare stellingen en bijbehorende beste zetten.

Onderwijskundig onderzoek laat zien dat wat voor schaken geldt, ook opgaat voor het leren van wiskunde en veel andere vakken: het langetermijngeheugen is de kennisfabriek bij uitstek, een onontbeerlijke component van onze cognitieve architectuur. Mensen gebruiken hun langetermijngeheugen niet om willekeurige, los van elkaar staande feiten op te slaan, maar om enorme hoeveelheden nauw verwante en geïntegreerde informatie op te slaan. En die informatie leidt vervolgens tot probleemoplossende



meesters

vaardigheden. Die vaardigheid is domeinspecifiek en niet algemeen. Een ervaren probleemoplosser op enig gebied – of dat nu wiskunde, Spaans vocabulaire of tuinieren is – heeft dan ook enorme aantallen schema's uit dat gebied in haar langetermijngeheugen geconstrueerd en opgeslagen. Daarmee kan zij problemen in dat domein effectief categoriseren volgens specifieke oplossingsgerichte stappen. Er vallen dus géén algemene probleemoplossende strate-

stapsgewijze uitwerking van het probleem en de oplossing zien. Leerlingen bestuderen deze voorbeeldoplossingen en gaan vervolgens zelf aan de slag met soortgelijke problemen. Deze combinatie blijkt effectiever en efficiënter dan leerlingen louter laten oefenen in het oplossen van problemen. Het gebruik van voorbeeldoplossingen vermindert namelijk onnodige belasting van het werkgeheugen en biedt zo ruimte voor overdracht

Het langetermijngeheugen is de kennisfabriek bij uitstek

gieën te leren. Vertaald naar het wiskundeonderwijs: we kunnen van leerlingen alleen effectieve wiskundige probleemoplossers maken als we ze voeden met grote hoeveelheden wiskundige schema's, kennis en op wiskundige problemen gerichte strategieën.

DIRECTE INSTRUCTIE

Specifieke vaardigheden, bijvoorbeeld voor het oplossen van wiskundige problemen, zijn gelukkig wél te leren. Een effectief hulpmiddel daarbij blijkt de voorbeelduitwerking (*worked example*). De docent laat leerlingen een

van kennis naar het langetermijngeheugen. Verbetering van prestaties in het oplossen van vervolproblemen na bestudering van voorbeelduitwerkingen, in plaats van het oplossen van die problemen, staat bekend als het *worked-example effect*. Dit effect is keer op keer in onderzoek aangetoond en bevordert vooral bij beginnende wiskundeleerlingen het leerproces.

Bestudering van voorbeeldoplossingen is een vorm van directe expliciete instructie die essentieel is voor het gehele lesprogramma, maar juist voor vakken die veel leerlingen moeilijk vinden. Zoals wiskunde. Minimale begeleiding bij het leren leidt tot minimaal leren. De ijver van onderwijshervormers om betere wiskundeleermethodes te vinden is te prijzen. Maar laten we ophouden nog meer tijd – en geld – te verspillen aan het ontwerpen van vernieuwde curricula gebouwd op verkeerde (want onbewezen) ideeën. In plaats daarvan kunnen wiskundigen en onderwijskundigen beter samenwerken om een solide lesprogramma voor basisschool en voorgezet onderwijs te ontwikkelen, waarbij leerlingen wiskundekennis opdoen door zorgvuldig geselecteerde en elkaar in moeilijkheidsgraad opvolgende voorbeelduitwerkingen. Zo bieden we elke leerling de kans uit te groeien tot een grootmeester. <<



TRUUS VAN GOG/HOLLANDESE HOOGTE

Paul A. Kirschner is hoogleraar Onderwijspsychologie aan het Centre for Learning Sciences and Technologies aan de Open Universiteit Nederland en medeauteur van het boek *Ten steps to complex learning*. John Sweller is emeritus hoogleraar aan de faculteit Onderwijs van de University of New South Wales in Australië. Richard E. Clark is hoogleraar Onderwijspsychologie, hoogleraar Klinisch onderzoek chirurgie en algemeen directeur van het Center for Cognitive Technology aan de University of Southern California in de Verenigde Staten. Dit artikel is een bewerking van: *Teaching General Problem-Solving Skills Is Not a Substitute for, or a Viable Addition to, Teaching Mathematics* in *Notices of the American Mathematical Society* 57, nr. 10 (november 2010), 1303-1304. Meer informatie: paul.kirschner@ou.nl.